

Утверждаю:  
Председатель методической  
комиссии по профилю «Математика»  
*В.Н. Деснянский*  
«28» ноября 2022 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2022-2023 УЧ. ГОД**  
**Отборочный этап**  
**11 класс**

**Задание №1**

Некий Раджа, умирая, оставил свои бриллианты сыновьям. В завещании его дети прочитали: старший сын получает 1 бриллиант и седьмую долю всех остальных; второй сын получает 2 бриллианта и седьмую долю всех остальных; третий сын получает 3 бриллианта и седьмую долю всех остальных; четвертый сын получает 4 бриллианта и седьмую долю всех остальных и т.д. Таким образом, наследство было разделено между сыновьями без остатка. Сколько сыновей было у Раджи и сколько он оставил бриллиантов, если известно, что у Раджи было не больше 10 сыновей.

В ответе указать число равное сумме количества бриллиантов и количества сыновей.

**Задание №2**

Найдите сумму целых положительных решений системы:

$$\begin{cases} x^2 + 5y^2 + 4z^2 + 4xy + 4yz = 125 \\ x^2 + 3y^2 - 4z^2 + 4xy - 4yz = 75 \end{cases}$$

**Задание №3**

Сравните числа:

$$\sqrt[100]{1,5} \text{ и } 1,005$$

В ответ записать 1, если первое число больше, 0 если первое число меньше.

#### Задание №4

Шмель отправляется в путешествие. Из родного гнезда он летит прямо на юг, пересекает речку и, наконец, после часа пути спускается на косогор, покрытый душистым клевером. Здесь, перелетая с цветка на цветок, шмель остается в течении получаса. Теперь ему нужно посетить сад, в котором он вчера заметил цветущие цветы крыжовника. Сад находится на западе от косогора, и шмель спешит прямо туда. Спустя  $\frac{3}{4}$  часа он уже в саду, в котором летает полтора часа. Затем, не отвлекаясь в стороны, шмель кратчайшим путем летит домой.

Сколько времени отсутствовал шмель?

#### Задание №5

В треугольнике ABC  $AB=5$ ,  $BC=\sqrt{17}$ ,  $CA=4$ . На стороне CA взята точка M такая, что  $CM=1$ .

Найдите расстояние между центрами окружностей описанных около треугольников ABM и BCM.

#### Задание №6

Решите неравенство:

$$\frac{\log_{2x}(5x-1) * \log_{3x}(7x-1)}{2^{15x^2+2} - 2^{11x}} \geq 0$$

В ответе укажите наименьшее натуральное решение.

#### Задание №7

Решите уравнение:

$$x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{1+x^2}$$

В ответе укажите количество целых корней данного уравнения.

#### Задание №8

Найдите все значения параметра a, при которых существует единственная пара (x;y), удовлетворяющая уравнению при положительных x:

$$2^{\frac{a}{2}+1} * x^2 - x^4 = y^2 - 2\sqrt{a}y+6$$

·  
**Задание №9**

Найдите наибольшее натуральное число, из которого вычеркиванием цифр нельзя получить число, делящееся на 11